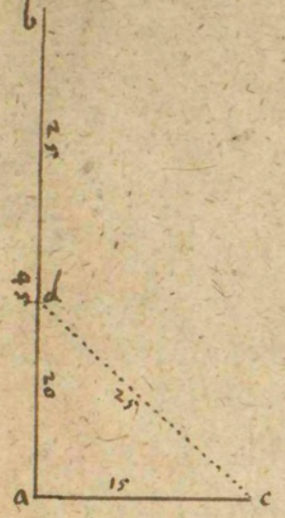
NB.

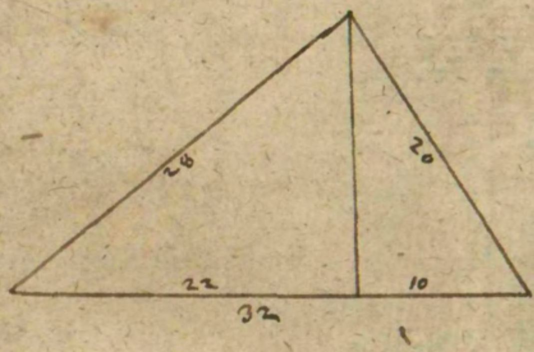
Es sei der aufrechte winkel bac, von 90: die perpendicularlini ba, sei 45, die grund-



lini sei 15: fragt sich, wann ich die lini ba biegen will, biß zum c, daß ein triangulum rectangulum werde; wie groß die perpendicularlini bleiben, und wie viel von ihr zur hypotenusa müste genommen werden? Antwort; Zur hypotenusa müsten genommen werden 25, und bleibt die perpendicularlini, 20. Machs also; quadrire die lini ab, wird 2025: das quadrat von ac, 15, also 225, zihe davon ab, bleibt 1800, den erst halbire, kompt 900: darein theile die lini ab, 45, so kommen 20, ist die länge der lini ad, und bleibt db, 25, ist auch die länge der lini dc.

NB.

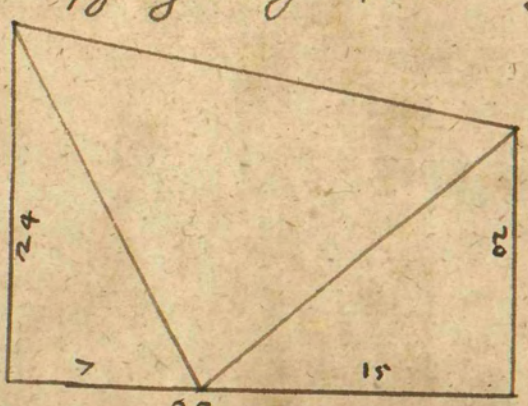
In einem driangel, wo alle 3 seiten bekannt, eine perpendicularlini auf die längste seiten zihen, zu wissen, wie solche längste seiten zertheilt werde? Quadrire alle 3 seiten, die 2 größten quadrat addier, von der summa den kleinsten quadrat, den erst halbire, und was kompt, das theile durch die größte seiten; der quotient zeigt an, das größere stück von der längsten seiten. Addierst du aber das größte und kleinste quadrat, und zihest von der summa das mittlere quadrat, und dividierest die zahl, so kompt das kleinere stück der längsten seiten. Als in beygesetztem driangel, da die 3 seiten sind, 32, 28, 20: quadrire dise 3 zahlen, so kommen 1024, 784, 400: die 2 größte zahlen addir, kommen 1808, davon zihe ab die kleinste, bleiben 1408, dises halbirer, ist 704: solches theile durch 32, so kommen 22, das größere stück.

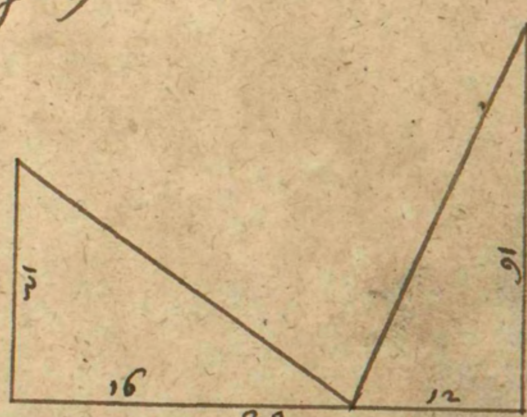


Oder aber, addier das gröste und kleinste quadrat, komen 1424. ~~das halbiert gibt 782, solches durch 2~~, darvon ziehe ab das mittlere, bleiben 640: solches halbiert, gibt 320: das theil in 32, komen 10 vor das kleinere stück.
Wann aber die perpendicullini nicht auf die längste, sondern auf die kürzeste lini fallen soll, so thue den grösten und kleinsten quadrat zusammen, den mittlern ziehe von der summa, solche halbiere, und theile den rest durch die kleinste seite, so kommt doch das gröste stück: Oder, addiert die 2 kleinste quadrat, das gröste darvon gezogen, den rest halbiert und getheilt durch die kleinste seite, gibt das kleinere stück. NB Merk aber: wann das quadrat der grundlini (darauf der perpendicul fallen soll) und das quadrat der andern kleinern lini, beide zusammen, kleiner sind, als das quadrat der grösten lini, so kan also kein perpendicul innwendig des triangels auf solche grundlini fallen.

NB.

In einer viereckichten figur, daß die 2 parallelseiten mit der basi angulos rectos machen, under sich selbst aber ungleich sind; aus den 2 obern winkeln auf die basin herunder 2 linien ziehen, eine so lang als die andere, fragt sich, wann der beiden seitenlinien und der basis länge bekannt ist, wie auf diese weis die basis getheilt werde. Besihe die figur a b c d, oder e f g h, (als 2 aufgerichtete thüren, oder dergleichen.)

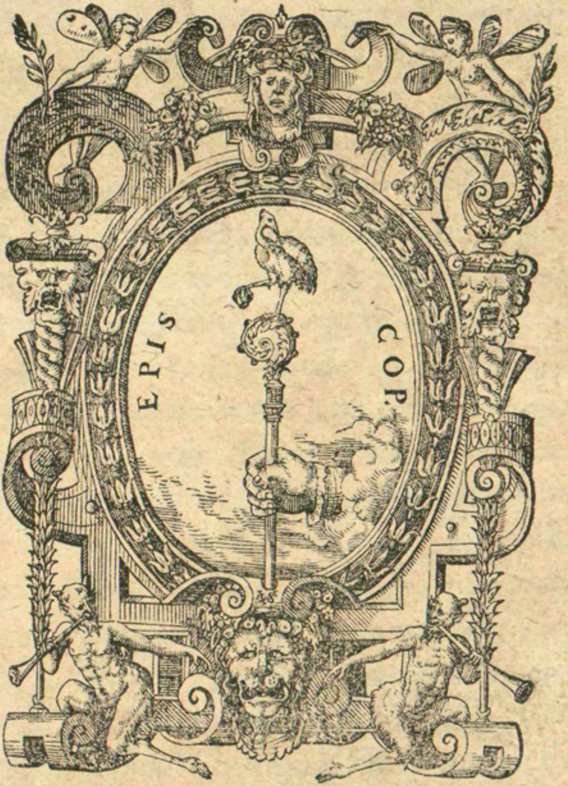




Multiplicire alle 3 gegebene linien quadrate, die grösten 2 quadrat addir, von der summa subtrahir das kleinste quadrat, den rest halbir, und theil das halbe durch die länge der basis, so kommt das grössere stück. Das NB im vorigen ist hier auch zu machen.

vid. Biblioth. Salthenian. p. 325.

P. RAMI ARITHMETICAE LIBRI DVO: GEOMETRIAE SEPTEM ET VIGINTI.



BASILEAE, PER EVSEBIVM
Episcopium, & Nicolai fratris hæredes.

ANNO M. D. LXIX.

P. RAMVS LECTORI S.

EX omnibus vigiliis (Lector) multos per annos in artium liberalium institutione elucubratis nihil elementis mathematicis, nobis æque vel exercitū laboribus, vel anxium curis, vel periculosum temporibus accidit. Nam cum á primis annis mathematum amore captus, Orontio Fineo (qui primus regia professione in Galliam mathematicas artes retulit) operam dedissem, protinus abductum rhetoricæ & philosophicæ exercitationes occuparunt: Interea tamen Ioannem Penam nostræ disciplinæ alumnum nactus mathematici oneris fasce me sublevatum & exoneratum putari. Adolescens enim fuit ingenio quidem ad omnes artes percipiendum mirabili, studio autem in literis latinis & græcis, in philosophia præcipué & mathematica tanto, ut ardentius aut flagrãtius nihil unquam viderim. Quare cum mathematica professio vacaret, & á nobis in examẽ productus, æmulatione competitorum severius examinatus esset, ita mentes omnium cepit, ut etiam adversarii eo loco dignissimum iudicarent. Ergo commendatione tam raræ eruditionis professor factus, cum nostris consiliis excitatus spem mathematicæ illustrationis incredibilem concitasset, anno ætatis sexto & vicesimo in ipso professionis pene vestibulo extinctus est, magno mœrore nostro, magnoq; mathematicarum rerum detrimento. Itaq; cum de physicis iam cogitarem, saxum idem rursus humeris nostris impositum, animo potius quam robore sustinui. Auxilia undique exquisivi. P. Forcatelus (quod in mercatore Hippocrate mirum fuisse alibi scripsimus) sine literatura, sine philosophia, solo ingenio atq; usu quodam mathematicus sesquiannum apud nos fuit. Hoc adjumẽto usus cum Euclidem totum accuraté observassem, ecce belli civilis calamitas, fuga civium, bibliothecæ direptio, frustraq; labores euclidei: Verum pace restituta, interim dum Grammaticam, Rhetoricã, Dialecticam recoquimus, reliquias naufragii recolligere libuit, & per Cardi-

nalem Castellonium parisiensis academiæ id est omnis doctrinæ conservatorem Forcatelo (cum alter mathematum professor defunctus esset) mathematicam professionem procurare: ut gallica saltem lingua gallicam juventutem exercendo regii collegii columnam istam qua posset, facultate tueretur. Antecedentibus igitur studiis illis expeditis Euclides de integro repetitus est, & diligẽtius quam antea disceptatus: Intereaq; Federicus Resnerus germanus nobis adfuit, qui quid in literis & mathematis possit, propediem suo marte in Opticis Alaceni & Vitellonis declarabit. Atq; hæc secunda aggressio cum strenué procederet, insania furiosorum humano sanguine nondum satiatorum rursus erupit, nec propius quicquam fuit, quam abjectis cæteris cogitationibus saluti consulere, id fuit in optimatum castra confugere, & pro diagrammatis radio descriptis urbes ferro flammaq; deletas, strages totis campis miserabiles, prælium deniq; longé omnium acerrimum spectare. Quid enim parisiensi prælio simile vel Marathon Periclis vel Salamis Themistoclis habuit? Sed hæc mathesis alio problemate describetur. Tempestas sexto post mense sedata est, domum reuersus nil in bibliotheca præter inania pulpita reperi. Resnerus noster (qui Lutetiæ permansisset) é prædonum manibus mathematicas commentationes averterat. At vix domũ reversus videri poteram, cum jam tertiam tempestatem non obscuræ nubes cælum intuentibus monstrarent. Cumq; Iulianus alter edicto ad omnia academiæ compita per falsum regis nomen publicato (rex enim Christianissimus, ubi per senatum hac indignitate commotum rescivit, indignissime tulit) cum Iulianus (inquam) alter iterum christianos scholis prohiberet: imó veró quod apostata ille nunquam cogitarat, armis expelleret. Itaq; ne tertio naufragio funditus periremus, impetrari ab humanissimo rege annuæ ad Europæ nobiles academias peregrinationis tanquam legationem liberam, é mediaq; flamma mathematicos illos omnium rerum longé charissimos penates in Germaniam abripui: In extremis tamen regni finibus cum brevia & syrtes prætervectus mihi viderer, duodecim equites é jugo montis decurrentes animadverti, cædemq; intentans *intentantibus & Condæi principis consiliarium hostiliter inclamantibus ultro occurri, & diplomate regij commeatus tantisper repressos docui longé alio nos apud regem esse numero locoque quam ipsis esset persuasum, aliaque tali tempori accommodata disserui. Ter dimissus, ter repetitus, tandem velocitate summa eó perveni, ubi sicarijs licentia nequaquam par esset. Deinceps tutus & lætus in Germaniam adventus bonorum ac doctorum omnium (quibus adhuc occurrimus) singulari humanitate & gratulatione exceptus est. Hoc sacrum mathematis asylum fuit: reducta tandem (ut tertio mathematicarum scholarum libro proposuimus) & composita utcumque & numeris & lineamentis sunt elementa, eaq; edita & publicata, saltem ne tot periculis erepta imposterũ periclitarentur. Verumtamen tanta malorum Ilias insequitur, ut cum respirare primum cœperim, tum afflictæ patriæ gravissimum dolorem animo percipiam. Laborum istorum partus feliciora lucis auspicia mereri videbatur. Quemnã igitur mecœnatem hoc munere potissimum colerem? Christianissimumne regem? an ex optimatibus nostris præcipuum aliquem? At Galliæ nescio quæ furialis erynnis miserabile regi spectaculum in ipso & regni & ætatis initio videtur extruxisse, in quo principes regni sui mutuis cædibus concurrentes ad extremum regni exitium spectare cogeretur. Itaq; Deus optime maxime miserere pereuntis regni, solem purioris religionis clarum & illustrem in Galliam tuam reducito, regem meum regum omnium beatissimum efficito: arma tot fortium utrinq; virorum in hostes nominis tui convertito. Interea veró mathematum studiosos omnes obsecrabo, ut suscipiant laceras istas totoque æquore jactatas*

—Reliquias Danaum atq; immitis Achilli

Si in Angliam repulerint: Elisabetham reginam laudum uirtutumque omnium patronam reperient. Si ad I. Steuardum Scotiæ rectorem principem cum bellica laude tum uera pietate insignem accesserint, nusquam á magistro naufragos veluti condiscipulos gratiores accessuros existimem. Germania jam mihi altera patria est, & præsens singulos mathematico

 proœmio

proœmio appellatos ſalutare ſtatuo. In Italia Hieronymum Cardanum et Federicum Commandinum ubi ſalutaverint, non dubito quin gratis animis excipiantur. Sed in Luſitaniam ad P. Nonium ſecundos ventos exoptaverim. Hic enim vir Archimedeus, vir (inquam) Archimedeus eſt, qui ejectis & egentibus præcipuè poßit opitulari. Scripſi & reſcripſi hic pleraque millies, & infinitis ſubinde modis commutavi, antequam ad propoſitam methodi normam quadrarent, magiſq; logicam in mathematico themate exercui, quam mathematicam in ſuo pulvere ſerioque uſu tractavi: neque jam biennio toto ad hæc ſtudia recolendum á novis quotidie turbis requies ulla fuit: neque ideo dubito, quin tanta commutatio tanque tumultuaria editio pleraque tulerit, quæ pacatioris & quietioris otii meditatio non ferret: Hanc igitur meditationem mathematici mathematico proœmio appellati capeßite: uſum locis omnibus exigite: hujus enim gratia permulta ex elementis ſuſtuli, & vos fortaſſe plura tolletis: aut quorundam nobis ignotum fructum demonſtrabitis. Statueram ſingulos libros ſingulis ueſtrum nuncupare, quod equidem confido reſtituta pace factum, ut accuratius ſingula corrigerentur & illuſtrarentur. Inſanire enim pleroſque doctos homines exiſtimo, qui patronum & quidem plerunque rerum ipſarum ignarum adverſus reprehenſores operum ſuorum præfationibus invocant, quaſi & dii quidam ſint, qui nihil offenderint, aut peccata ſua corrigi reipub. pernicioſum arbitrentur. Quamobrem quantus cujuſque ueſtrum erga mathematicas artes eſt amor, tantum in mathematicæ dignitatis emendationem & perfectionem incumbite, gratius iſto beneficio atque optabilius mathematum ſtudioſis accidere nihil poteſt.

ERRATA ARITHMETICAE SIC CORRIGITO: primus numerus paginam, ſecundus lineam ſignificat.

1.23 nota puncta in periodis.3, 4 loci : tum 1 & 2 & 7 ſunt 10 pro 1 ſequentis loci.8,35 diviſorem & facio 12,14,32 *ſi primus non:*15.36 *pro ipſis erit.*15, 30 *pro 2 lege* 8. 17.30 $\frac{2}{3}$, 32 *dividam 5 aſſes* 12.20,7 $\frac{6}{49}$, 10 *numeros alternis.*24, *ſervabo :* 23,8 *pro 2 lege 3 : &* 26, *ſupertri quarta.* 24, 8, *ſic* 10 *ad* 12 & 35 *á medio ſuperat factum ab extremis facto*,27,4 *lege* 89 $\frac{1}{7}$. *Eme*, 16 *iam.* 31, 10 *imitatus eſt*,31 *lege* $\frac{5}{4}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{2}{3}$

ERRATA GEOMETRIAE SIC CORRIGITO: primus numerus paginam, ſecundus lineam ſignificat. Figuras quaſdam euerſas aut tranſpoſitas redigito in ordinem.

5,16 aſymmetræ.6,3 ab Euclide. 8,15 *inſcriptã.* 23,39 *geometricæ.* 42,6 i u y. 42,7 & 8 a u y, 9 a & y. 57, 7 *item.* 11 *baſi* y e *erit* e i *ad* i u *ut* y o *id eſt per* 5 e 12 e 5 a i *ad* o u, & *alterné, ut* e i *ad* a i, *ſic* i u *ad* o u. 58, 9 *per* 2 & i e, 21 a i e *æquantur*, 32 *eadem* a e. 60, 29 *in minore.* 64,30 *terminum.* 65,13 *menſoris.* 66,36 *ad* u a, 41 *recedendi.* 67,9 *pone* l *ad finem radii optici in figura.* 68,3 *th* Euclidis, 19 *pedum* 20:70,30 $\frac{9}{23}$. 71,19,63. 75, 5 *parallelogrammi.* 76, 10 *alterna*,12 *cum rotundo*,13 *duplum trianguli.* 85,1 *celebratum*,40 *ſi.* 87,15 & *duplici*, 31 *conſectarium.* 88,6.144: *Hæ notæ ſignificant quot.* 89,1 *ſingulares.* 90, 11 *pone in figura* 12. 91, 21 *Cardanus tantum agri.* 92,13 *triplex.* 93,3 *dele tertio.*13 *totius.* 94,10 & o e i, 36 n j y. 95,27 l 5 *id eſt*,29 *latera*, 40 *fuerunt rationales.* 97, 10 *repone* o *in fine lineæ* i l. 103,2 *utcunque*,32 *geneſis.* 105,25 *ſintque.* 108,15 *hac.* 110,1 a e *ſecet.* 115, 31 *æquilatera.* 118, 5 *repone in figura tangentem* i u. 128,37 *fac diametrum* a o u. 141, 26 *dele denique.* 142, 27 é 18 &. 144, 12 *puncto* t. 146, 24 *quam* a i & a o *æquatur.* 151, 1 *æquantur.* 154, 12 *ſi*, 30 *planis* s r l m, & u j v f *biſecantibus*,32 *dele duo plana* s r l m & u j v f 32 *ſectio* t ſ. 156,20 é 1 c 15 e 4. *ſtereometria.* 161, 9 *ſtereometria*,11 *additus.* 164, 15 Et *ita*,16 *demonſtrantis.* 166, 16 *duplex*, 19 y n, 30 *in.* 179, 1 d b. 180, 18 *duobus.* 185,15 *manens eſt.* 186,51 *cylindri.*187, 13 *hæc geodæſia*, 26 *cylindris* a b, 27, *vaſis.* 189,12 *diametro.*

P. RAMI ARITHMETICAE LIBER I.

CAP. I. DE NOTIS ARITHMETICIS.

ARithmetica eſt doctrina bene numerandi. Partes arithmeticæ duæ ſunt, ſimplex & comparatiua: ſimplex, quæ conſiderat ſimplicem numeri naturam. Numerus eſt ſecundum quem unum quodque numeratur: ut ſecundum unitatem unum, ſecundum binarium duo, ſecundum ternarium tria, & ſic deinceps omnes numeri: Itaque numerus eſt unitatis aut multitudinis: poteſtque eſſe minimus, ut unitas: maximus autem quo major, dari nequeat, nullus eſſe poteſt. In numero ſpectatur primum notatio, deinde numeratio. Numeri, vero in abaco ſcribendi & notandi hæ decem ſunt notæ. 1.2.3.4.5.6.7.8.9.0. quarum prima ſignificat unum, ſecunda duo, tertia tria, quarta quatuor, quinta quinque, ſexta ſex, ſeptima ſeptem, octaua octo, nona novem: Circulus quæ nota eſt ultima: nil per ſe ſignificat: valet tamen ad alias notas amplificandum: Amplificationis gradus ſunt tres, deincepsque periodis ſimiliter iterati, ſemel, decies, centies. Nam de primis novem notis quælibet ſola, aut ultimo univerſi numeri loco, ſuum numerum ſemel exprimit: penultimo, decies, antepenultimo centies: Hæc prima eſt periodus: Secunda eſt millium. Quarto itaque loco numerabis millena ſemel, quinto decies, ſexto centies. Hinc ſequitur tertia periodus, ubi numerabis millies millena ſemel, decies, centies: tum ſimiliter quarta periodus eſt millies millena millia, ubi tres illi gradus ſimiliter iterantur: & ſic in infinitũ. Numeros igitur ita notabis unũ 1. decem 10. centum 100. mille 1000. decem millia 10000. centum millia 100000. millies millena 1000000: duo 2. viginti 20. ducenta 200. duo millia 2000. viginti milla 20000, ducenta millia 200000. bis millena millia 2000000: ſic notæ ſingulæ locis ternis augentur. Atqui ſi numeri pluribus notis deſcripti & collecti ſumma lõgior fuerit: ut eam ſuis partibus efferre condiſcas: fines periodorum punctis diſtinguantur. Numerum igitur decẽ his notis ſic interpunctum 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 ita enuntiabis: Primo membro dices millies millena millia. Secundo ducenties tricies quater millena millia. Tertio quingenta ſexaginta ſeptem millia: Quarto octingenta nonaginta. Quapropter hoc commune velut alphabetum decem notarum ad quemlibet notandum numerum eſto, alphabetum tamen non voci, ſed manui & ſcripturæ, id eſt abaco neceſſarium.

CAP. II. DE ADDITIONE.

NVmeratio é duobus oblatis numerorum terminis tertium invenit, & quidẽ niſi tota ſimul expediri poſsit, inductione partium utitur, quoniam idem est numerare per totum & per partes, tumque nota quælibet tanquam solitaria spectatur, & si sequenti numerationi serviat, mente reservatur ad effugiendum crebrioris lituræ tædium. Numeratio est prima aut conjuncta. Prima, quæ numerum cum numero semel numerat, ut additio & subductio. Additio est numeratio prima, qua numerus additur numero, & habetur totus. Hic sunt decem unitates. 1.1.1.1.1.1.1.1.1.1. quibus addendis numeramus 1.2.3.4.5.6.7.8.9.10: ubi ad numerum quemque antecedentem unitas additur: & hæc prima species est additionis per unitatem: 2 addatur ad 1, totus erit 3: & 2 addatur ad 3, totus erit 5: & hic secunda species est additionis per 2: 3 addatur ad 1, totus erit 4: 3 addatur ad 4, totus erit 7: & tertia species additionis erit per 3: & sic deinceps. Additio numerorum continuorum prior & facilior est, quia toti cum totis simul adduntur: ut è quatuor debitoribus primus debeat aureos 1000. secundus 200. tertius 30. quartus 4: summam continenter addes, & dices esse 1234 aureos, & sic Aristoteles ait numerum necessario numerari per additionem. Additio disjunctorum numerorum præcipuam meditationem requirit, & quidem in notis primum inter se singulis: ut discipulus prompte sciat addere singulas cum singulis: ut 1 & 2 sunt 3: 4 & 5 sunt 9: 9 & 8 sunt 17, & similiter totum alphabetum 1.2.3.4.5.6.7.8.9, sursum deorsumque addendo meditetur. Hic Pythagoræus additionis abacus est. Numerorum disjunctorum additio sinistrorsum inducenda est, ut excrescentes summæ locis excrescentibus ordine facilius notentur: & ex iis additis collectus numerus interjecta linea, subnotetur. Esto primum exemplum facillimum. Debitor tibi debet uno nomine coronatos 234, alter 111: Quæratur igitur quæ summa sit ex utroque. Ordine dispositis numeris, ut similes inter se respondeant hoc modo.

2	3	4
1	1	1

sic incipiam: 1 & 4 sunt 5. Itaque 5 subnotabo: deinde 1 & 3 sunt 4: & hic secundo loco 4 subnotabo: Denique 1 & 2 sunt 3: quæ similiter subnotabo. Inductio sic erit.

2	3	4
1	1	1
3	4	5

In hoc exemplo tertius numerus invenitur è duobus datis: inducitur per partes, quæ singulæ tanquam solitariæ spectantur. Esto jam paulo plenius exemplum ubi mentis reservatio adhibeatur: addantur 5 6 7 8 9 ad 1 2 3 4: dispositis numeris hoc modo.

5	6	7	8	9
	1	2	3	4

sic incipiam ab ultimo loco: 4 & 9 sunt 13: hic duæ notæ sunt duobus locis notandæ:

tandæ: ultima scribenda est ultimo loco, & secunda reservanda in secundum locum. Itaque subnotabo 3 & reservabo 10 pro uno sequentis loci, & dicam sequenti loco, 1 & 3 sunt 4 : 4 & 8 sunt 12, subnotabo 2 & reservabo ut antea, 10 pro 1 sequentis loci: tum 1 & 1 sunt 2: & 2 & 6 sunt 8 : quæ subnotabis: Deinde 5 sola reperiam, quæ sola similiter subnotabo: denique invenies his duobus numeris additis totam summam esse 58023. Inductionis summa sic erit.

5	6	7	8	9
	1	2	3	4
5	8	0	2	3

Potest verò & complurium numerorum esse additio, sed tamen duo tantum separatim spectantur, & duo primum additi tanquam unus additur ad tertium, neque duobus plures adduntur, ut tertius inueniatur: Ut si quæratur quampridem vixerit Homerus, & respondeatur è Gellio, 160 annis ante conditam Romam, quæ condita sit ante natum Christum annis 752: Christum vero natum anno abhinc 1567. addantur hi tres numeri: Summa inductionis indicans Homerum annos abhinc 2479 floruisse, erit hoc modo.

	1	6	0
	7	5	2
1	5	6	7
2	4	7	9

Idem erit si quotlibet numeros proposueris, ut hic.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	9	8	7	6	5	4	3	2	1
	1	0	0	2	0	0	3	0	4
	7	9	5	6	8	3	1	0	9
2	0	0	6	9	9	4	5	2	3

CAP. III. DE SUBDUCTIONE.

Subductio est numeratio prima, qua numerus subducitur à numero, & habetur reliquus. Subduco 1 de 2, manet 1: 2 de 5, manent 3: 3 de 9, manent 6. Subductionis meditatio in singulis notis eadē hic esse debet, quæ fuit in additione: Tollo 3 de 7, manent 4: tollo 4 de 9, manent 5: & similiter totum alphabetum 123456789 omni genere versandum. Hic Pythagoræus subductionis abacus est, jam sit exemplū ubi totus numerus à toto simul subduci non possit, ut si

 de sumde summa æris illius alieni 3 4 5 subducenda sunt 2 3 4, dispositis ordine numeris hoc modo,

3	4	5
2	3	4

subducendo infra: supra autem à quo subductio facienda, incipiam à sinistra dextrorsum, contra quam in additione: Tollo 2 de 3, manet 1, & supernoto 1 deletis 3 & 2. Deinde subducam 3 de 4, manet 1, & supernoto 1 deletis 4 & 3: denique subductis 4 & 5 manet 1, & supernotabo 1, deletis 5 & 4: unde inveniam reliquum esse 111, cum subduxero 2 3 4 à 3 4 5. Inductio tota sic erit.

1	1	1
~~3~~	~~4~~	~~5~~
~~2~~	~~3~~	~~4~~

Hoc exemplum invenit è duobus oblatis tertium, inducit per partes, easque tanquam solitarias. Esto jam & exemplum reservati mente numeri, nempe cum sequens subducēda nota major est, quàm suprapofita, tum è reliquo præcedente, 1 mente reservabo, quod notam sequentem denario augeat: ut si subducenda sint 3 4 5 de 4 3 2, cum subducam 3 de 4 non supernotabo 1, quia 4 sequens subducenda nota major est suprapofita 3, sed illud mente reservabo, & 4 subductis à 13 manerent 9, quæ nequaquam propter eandem caussam notabo, sed uno minus, 8 tantum supernotabo, & 1 mente reservabo, quia sequens subducenda nota major est. Itaque 5 subductis à 12, reliqua 7 supernotabis: unde inveniam subductis 3 4 5 de 4 3 2 relinqui 8 7. Tota inductio sic erit.

	8	7
~~4~~	~~3~~	~~2~~
~~3~~	~~4~~	~~5~~

Hæc subducendi vera via est, & majoribus deinde numerationibus necessaria, nec omnino prius antecedens nota est subducenda, quàm providero unde reliquæ subduci possint. Si intercurrant circuli significantibus notis, cum similibus tamen inscribendi, & eadem tenenda via est. Carolus magnus anno Christi 801 coronatus est imperator: nunc autem annus est Christi 1 5 6 7. anni itaque ab imperio Caroli nunc sunt 766. Inductio sic erit.

	7	6	6
~~1~~	~~5~~	~~6~~	~~7~~
	~~8~~	~~0~~	~~1~~

Jam ponatur exemplum majoris differentiæ: ut à 4 0 0 0 0 2 3 subducantur 9 9, resta-

9 9, restabunt 3 9 9 9 9 2 4, inductio sic erit.

3 9 9 9 9 2 4
~~4~~ ~~0~~ ~~0~~ ~~0~~ ~~0~~ ~~2~~ ~~3~~
~~9~~ ~~9~~

Sit & alterum exemplum, ut subducantur 2 8 7 6 5 9 de 3 8 7 6 5 7. Inductio sic erit.

9 9 9 9 8
~~3~~ ~~8~~ ~~7~~ ~~6~~ ~~5~~ ~~7~~
~~2~~ ~~8~~ ~~7~~ ~~6~~ ~~5~~ ~~9~~

Si plures termini fuerint vel subducendi, uel ejus, á quo subductio facienda, reducendi sunt prius additione in unam summam: ut si velis subducere 4 6 5 de 2 3 4. & 9 0 5. addes 2 3 4 & 9 0 5, totus erit 1 1 3 9: unde subductis 4 6 5, reliquum erit 6 7 4.

CAP. IIII. DE MULTIPLI- catione.

NUmeratio prima ejusmodi est, conjuncta sequitur, quæ numerũ cum numero toties numerat, quoties proponitur. Numeratio cõjuncta est multiplicatio, aut diuisio: multiplicatio est, qua multiplicãdus toties additur, quoties unitas in multiplicante cõtinetur, & habetur factus: unitas auget addendo: ut 1 & 1 sunt 2: 1 & 2 sunt 3: 1 & 3 sunt 4: attamen nihil auget multiplicando. Nam semel 1. 2. 3. sunt tantũ 1. 2. 3. Item 2 sibi additus est 4, quot item efficit sui multiplicatione. Nam bis bina sunt item 4. Id in illis est proprium. At 2 & quilibet alius deinceps numerus quolibet loco cæteros numeros multiplicat: ut bis 3 sunt 6, hic sumo 3 bis, quoties nempe unitas in 2 multiplicante cõtinetur. Denique pro dato multiplicante multiplicãdus additur. Numeri inter se multiplicati faciũt eundem: ut quater quina sunt 20. & quinquies quaterna sunt itẽ 20. Meditatio autẽ de multiplicandis inter se notis tanto accuratius suscipiẽda est, quãto majus est multiplicationis opus. Itaque puer perdiscat primo singulas notas per se multiplicare: bis bina sunt 4: ter terna sunt 9: quater quaterna sunt 16: quinquies quina sunt 25: sexies sena 36: septies septena 49: octies octona 64: novies novena 81. Tum singularum notarum cum singulis multiplicatione sciat quid efficiatur: ut bis 3 sunt 6: bis quaterna 8: bis quina 10: bis sena 12: bis septena 14: bis octona 16: bis novena 18: & sic in reliquis notis: sed in majoribus major est attentio: ut novies octona sunt 72: novies septena, sena, quina sunt 63, 54, 45: octies septena, sena, quina sunt 56. 48. 40. Hanc singularum notarum multiplicationem assecutus discipulus, multiplicationem quamlibet facilem habebit. Hic Pythagoræus multiplicationis abacus est. Atqui si rudibus majorum notarum aliqua difficilior erit, licebit & hic per partes numerare, ut octies novena, ſi difficile ſit numerare, addam primo quater 9, deinde ſummam addam ſibi ipſi,id eſt dimidium dimidio ut totum habeam,ſic.

```
   9
   9
   9
   9
 3 6
 3 6
 ---
 7 2
```

Quinetiam licebit per partes & hic multiplicare, & particulares ſummas addere,ut 8 per 9 ſic.

```
 2 7
 3 5
 ---
 3 5
 1 0
 2 1
   6
 ---
 7 2
```

Sed jam majoris & è pluribus notis conſtituti numeri multiplicatio proponatur, & quæratur quis aureorum numerus menſtruo ſtipendio 4 5 6 militum, cũ ſingulis 4 aurei attribuantur. Id aſſequar 456 per 4 multiplicatis. Siniſtrorſum,ut in additione procedam: quia multiplicandi notæ toties addendæ,quoties unitas in multiplicante continetur,& majorem commodius ſuperne collocabo. Deinde multiplicantem per tres multiplicandi notas ſigillatim ducam,& tribus trium ſegmentorum multiplicationibus ſingularibus abſolvam. Numeris igitur ita diſpoſitis,lineaque ut in additione ſubſcripta,ſic incipiam.

```
 4 5 6
     4
```

Quater 6 ſunt 24:notabo 4,& 20 reſervabo pro 2 loci ſequentis: talis reſervatio fuit in additione,& hic tanto crebrior,quãto numeratio major eſt: quater 5 ſunt 20,& 2 reſervata, ſunt 22: notabo 2, reſervabo iterum 20 in locum proximum pro 2, quater quaterna ſunt 16, & 2 reſervata ſunt 18, quæ notabo integra:Inductionis ſumma ſic erit.

```
   4 5 6
       4
 -------
 1 8 2 4
```

unde inveniam 4 5 6 per 4 multiplicatis fieri 1 8 2 4. Hic uidemus inventionē, tertii inductionem partium, notarum ſolitudinem & reſervationem. Idem fiet, per partes utriuſque numeri tum multiplicandi tum multiplicantis. Proponatur igitur exemplum paulo plenius, & quidem per partes multiplicantis ſimilibus multiplicandi partibus reſpōdentes, ut 2 0 7 0 per 2 0 4 multiplicentur. Singularis inductio partium componet tandem 4 2 2 2 8 0 hoc modo.

```
    2 0 7 0
      2 0 4
  ---------
    8 2 8 0
  0 0 0 0
4 1 4 0
-----------
4 2 2 2 8 0
```

Quo in exemplo, ſicut in cæteris omnibus, circulus per circulum, aut per ſignificantem notam nihil efficit. Circulus tamen pro inventione talis multiplicationis notabitur in principio ad ſequentes notas augendum. At ſi ſit in medio multiplicantis loco, nihil eſt neceſſe: cōpendio autem numeros in circulum deſinentes multiplicare poſſumus detractis ultimis circulis: deinde iiſdem facto poſtpoſitis: ut ſi multiplicentur 7 2 0 0 per 4 5 0, omiſsis circulis illic duobus, hic uno, multiplicabo 72 per 4 5, & facto 3 2 4 0, poſtponam tres circulos hoc modo, 3 2 4 0 0 0 0. His perceptis nulla multiplicationis numeratio proponi poterit difficilis vel obſcura, quamlibet ea magna ſit: ut ſi multiplicandus ſit 1 2 3 4 5 6 7 8 9 per 7 8 9 factus erit 9 8 6 0 7 4 0 6 5 2 1.

CAP. V. DE DIVISIONE.

Diuiſio eſt, qua diviſor ſubducitur à dividendo quoties in eo continetur, & habetur quotus: unitas minuit numerum ſubducendo, ut tollo 1 de 1, de 2, de 3, manet 0, 1, 2: non minuit tamen dividēdo. Nam 12 diviſis per 1, quotus eſt 12, id eſt 12 unitates quales ſunt in dividendo, & hic diviſus & quotus eſt idem. Diviſis 12 per 12 quotus eſt 1, id eſt pars duodecima: & hic quotus eſt dividendi pars quota cognominis diviſori: ut ſecunda, ſi diviſor ſit 2: tertia, ſi 3: quarta, ſi 4, & ſic deinceps. Atque ut in additione numerus totus, in ſubductione reliquus, in multiplicatione factus, ſic in diviſione quotus cognominis diviſori quæritur, id eſt ſi per 2 dividatur, quid valeat una ſecunda dividendi, ſi per 3, quid tertia, ſi per 4, quid quarta. Diuiſio igitur multiplicationi reſpondet: ſed analogia inverſa: ut enim in multiplicatione unitas eſt ad multiplicantem, ſic multiplicandus eſt ad factum: contra vero in diviſione: ut dividendus ad diviſorem, ſic quotus ad unitatem.

Tres autem diuiſionis termini notantur, diuidendus ſupra, diviſor infra, quotus ad latus, ut diuisis 12 per 4, quotus 3 erit hoc modo.

12
4 (3

Atque meditatio illa, quæ in additionis, subductionis, multiplicationis numeratione commendata est, est hic imprimis commendanda, ut discipulus sciat quem numerum quælibet nota singularis, & per quem dividat: Sciet autem per comparationem multiplicationis. Nam si numerus faciat numerum per aliquem, factum dividet per eundem. Unitas vero facit omnem numerum per ipsum, & omnis numerus seipsum dividit per unitatē: Ergo unitas dividit omnem numerum: Bis quaterna sunt 8: ergo 2 dividit 8 per 4, & 4 dividit eundem per 2. Quater 5 sunt 20: ergo 4 dividit 20 per 5, & 5 dividit 20 per 4. Septies 8 sunt 56: Ergo 7 dividit 56 per 8, & 8 dividit 56 per 7. Octies 9 sunt 72: Ergo 8 dividit 72 per 9, & 9 dividit 72 per 8, omninoque numerus dividitur per eos numeros per quos factus est: qui multos factores habet, habet etiam multos diuisores: Hic igitur Pythagoræus diuisionis abacus est. Sit exemplum ubi inductione sit utendum, & quidem dextrorsum, ut in subductione. Exemplum erit primū de divisore toto & integro: dividantur 7476 per 6, notabo primum dividendum supra, divisorem infra, & ad latus sinistrum, ut immobilis semper appareat, quamuis singulis in locis, deleatur: secus in prolixa divisione confusio quædam per errorem memoriæ creari posit.

6) 7 4 7 6
6

é 7 possum subducere 6 semel, & manet 1: notabo igitur 1 pro quoto, & deletis 7 dividendo, & 6 divisore, superscribam 1. Prima inductio sic erit.

1
6) ~~7~~ 4 7 6 (1
~~6~~

Secundo producam 6 divisorem in proximum locum. jam 6 possum subducere bis á 14, nec amplius, & bis senis subductis á 14 restant 2. Hanc igitur meditatam multiplicem subductionem animo reseruans adnoto primum 2 post 1 pro quoto. Deinde ne forte lapsus memoriæ intercidat, aut aliquid aliud offensum sit, repeto ab animo depositum separatim per multiplicationem, & subductionem, & multiplico primo 2 quotum per 6 divisorem, & reservatum ac jam refectum subscribo sub 14, deleoque 6. Secundo subduco 12 á 14, & manent 2, quæ deletis 12 & 14, superscribo. Secunda inductio sic erit.

~~1~~ 2
6) ~~7~~ ~~4~~ 7 6 (12
~~6~~ ~~6~~
~~1~~ ~~2~~

Tertio

Tertio producam 6 divisorem in proximum locum 27, unde possum subducere quater sena, id est 24, ut 3 maneant. At factum & reliquum servans animo adnotabo 4 post 12 pro quoto: Deinde factum repetam eadem multiplicatione 6 per 4, & subscribam 24 deletis 6, tum subducam factũ 24 á 27, & superscribam 3 reliquum, deletis 24 & 27. Tertia inductio sic erit.

6) ~~1~~ ~~2~~ 3
~~7~~ ~~4~~ ~~7~~ 6 (124
~~6~~ ~~6~~ ~~6~~
~~1~~ ~~2~~ ~~4~~
~~2~~

Postremo producam 6 in reliquum locum 36, unde possum omnino subducere sexies sena, id est 36, ut nihil maneat. At in memoria deponens 36 adnotabo 6 post 124 pro quoto: Deinde repeto depositum, multiplicando 6 per 6, & subjicio 36. Postremo subductis deletisque utrinque notis, tota inductio sic erit.

~~1~~ ~~2~~ ~~3~~
~~7~~ ~~4~~ ~~7~~ ~~6~~ (1246
~~6~~ ~~6~~ ~~6~~ ~~6~~
~~1~~ ~~2~~ ~~4~~ ~~6~~
~~2~~ ~~3~~

Hic invenio 7476 in 6 divisis quotum esse 1246, qui hac divisione expetebatur. Divisionis igitur opus primo contexitur meditatione multiplicis subductionis, & adnotatione quoti, ubi jam peracta divisio est, sed peracta tantum in mentis abaco, ut memoria tanto major hic requiratur, quám antea: Deinde velut ad memoriam & fidem meditationis probandum retexitur, exemplo oculis subjecto, repetita tum multiplicatione per quotum & divisorem, tanquam pignora depositi: tum facti á dividendo subductione. Atqui si plures sint notæ divisoris, omnes simul velut una considerantur, & subducuntur æqualiter. Cujusmodi exemplum sit de divisore multiplici, qui per partes suas æqualiter subducendus sit á suprapositis dividendi notis, quoties nempe, continetur. Et hic subductionis vera via, quam docui, plane cernitur, cum subducere incipiamus dextrorsum singulas subducendi notas ante meditando, quam quidquam de quoto statuatur. Dividantur igitur 144 per 12, positis ordine numeris hoc modo.

12) 1 4 4
1 2

Videbo primum 1 ab 1 semel subduci, & toties 2 á 4, & 2 restabunt: adnotabo igitur 1 pro quoto,& deletis 14 & 12 superscribam 2. Inductio prima sic erit.

```
    2
12) 1 4 4 (1
    1 2
```

Secundo producam divisorem in proximum locū 24 : ac videbo 1 á 2 bis subduci posse,& 2 á 4 toties,neque quidquam restare.Inductio tota sic erit.

```
    2
12) 1 4 4 (12
    1 2
    1 2
```

In prima inductione hujus exempli, secunda divisoris nota sæpius subduci poterat,quam prima:sit exemplum,ubi prima sæpius subduci possit,quam secunda, & quidem divisor sit majorum notarum. Dividantur 841 coronati ex præda militibus 29.Notabo primo dividendum & divisorem sic.

```
    8 4 1
29)
    2 9
```

Ac videbo 2 ab 8 quater quidem subduci posse, ut primi 20 milites singuli capiant 400 coronatos:at reliqui 9 milites clamabūt iniquam partitionem esse, neque partem sibi æqualem relinqui,quia 9 á 4 toties subduci non possit: possum etiam 2 ter subducere ab 8, sed á reliquis 24 non possum toties subducere 9:subducam igitur,ut æqualitas subductionis in partibus divisoris observetur,2 ab 8 tantum bis,& á reliquis 44 toties subducam 9,& manebunt 26. Itaque seruans mente bis 29,id est 58,adnotabo 2 pro quoto, & per eum multiplicato divisore, recolligam quod ista multiplicis subductionis æquatione comprehenderam,& restituam 58,quæ deleto divisore subscribam dividendo,& ab eo subducam,manebunt 26,quæ subducendo 58, & suprapposito 84 deletis superscribentur.Inductio prima sic erit.

```
    2 6
29) 8 4 1 (2
    2 9
    5 8
```

Secundo producam divisorem in reliquum dividendi locum 261. Hic possum 2 subducere tredecies á suprapposito dividendo 26: Verum ab uno reliquo non

possum

poſſum ſubducere 9 toties. Nec omnino fieri poteſt, ut nota diviſoris ulla pluſquam novies hac inductionis via ſubducatur: quia major numerus quã 9, unica nota comprehendi nõ poteſt. Cum vero 2 à 26 novies ſubduxero, à reliquis 81 potero ſubducere 9 toties. Depoſitis igitur in animo 261 adnotabo 9 pro quoto, & per eũ multiplicato diviſore, repetam 261, quæ deleto diviſore ſuperſcribam dividendo, ab eoque ſubducam deletis infra ſupraque, numeris tum ſubductis, tum, unde facta ſubductio eſt, nihil reſtabit. Tota inductio ſic erit.

```
    2 6
29) 8 4 1 (29
    2 9 9
    5 8 1
      2
    2 6
```

Si diviſor primo dividendi loco ſit major, promoveatur in ſecundum locum: ut ſi dividam 252 per 42, non poſſum tollere 42 à 25: promovebo igitur diviſorem in ſecundum locum, & reperiam 6 quotum. Si contingat aliquo poſt primum loco diviſorem majorem eſſe dividendo, circulus in quoto adnotetur. Sic diviſis 608912 per 304 quotus eſt 2003. Quod ſi in relictis in medio ſpatio vacuus locus offendatur, circulus videlicet aſcribendus erit, quod accidet, ſi dividantur 364 in 26, ubi quotus erit 14. jam dividatur quamlibet magnus numerus, ars expoſita ſufficiet: ut ſi dividã illum antefactum numerũ 97407406521 per alterum factorem 789, alter factor quotus erit 123456789. Hoc exemplum & ſimilia majorum notarum mathematicam & Platonis μεταστροφὴν, & Ariſtotelis ἀφαίρεσιν imprimis declarabũt. Pes bonus, oculus bonus ait tyronibus laniſta: mens bona, memoria bona, manus bona dicat hic arithmeticus diſcipulo: Varietas enim tam multiplicis in una numeratione numerationis erectam mentem & conſtantem memoriam, fidelemque manum maxime omnium requirit. Ac jam nemo ſibi arithmeticæ diſcipulus videatur, niſi ſingulis arithmetici ſtudii diebus diviſionem vel quam maximam poterit, efficiat. Compendia ſunt etiam quædam in dividendo. Si diviſoris prima nota ſit 1, reliquæ circuli, detractis è dividendo ab ultima notis, quot circuli fuerint in diviſore, peracta diviſio erit: ſic diuiſis 500 per 10 vel 100, quotus erit 50. 5.

CAP. VI. DE NVMERO PARI *& impari.*

E diviſione oritur numeri differentia, imparis & paris, primi & compoſiti. Impar eſt numerus à binario individuus, ut 3. 5. 7. Par eſt numer⁹ dividuus à 2. ut 2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. Itaq; in ꝑpetua ſerie numerorũ 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15, alii ſunt pares, aliĳ impares, quod erat Eratoſthenis cribrũ. Par eſt pariter par vel impariter par. Pariter par eſt par tantũ dividuus à pari per parẽ: ut

4 tantum dividitur á 2 pari per 2 parem. ut 8 tantum dividitur á 2 pari per 4 parem: tales sunt omnes á binario duplicati:ut 4.8.16.32. 64. Aelianus cap. 8. de re militari ait hunc numerum militiæ caussa excogitatum esse ad acies commodius permutãdum. Itaque phalangis numerus á Tacticis exoptatur 16384. Par impariter par est, par diuiduus etiam ab impari per parem, ut 6 dividitur á 3 impari per 2 parem: sic 12 dividitur á 3 impari per 4 parem: sic 30 dividitur á 5 impari per 6 parem.

CAP. VII. DE NVMERO PRIMO *& composito.*

ATque hæc numeri prima est differentia é divisione:secunda est primi & compositi. Numerus primus est numerus individuus ab alio multitudinis numero:ut 1.2.3.5.7:dividitur aũt unitas per unitatem solum,reliqui etiam per se: at per alium multitudinis numerũ sunt individui.Primus etiam dicitur incompositus, id est á nullo alio multitudinis numero factus. Numerus compositus est numerus dividuus ab alio multitudinis numero,ut 4 á 2 per 2 dividuus est, ut 12 á 3 per 4. Sic in Eratosthenis cribro 1.2.3.4.5.6.7.8.9. considerato primos esse 1.2.3.5.7.compositos 4.8.9. Numerus autẽ multis modis compositus,propterea que etiam dividuus sæpe singulares usus habet, ubi quæruntur numeri, qui plurimas exactas divisiones capiant. Sic 96 Archimedes elegit in circuli dimensione,cuius quotæ partes duodecim sunt 1.2.3.4.6.8.12. 16. 24.32. 48. 96. Sic astrologi 60 partiendis cælestium rerum momentis assumpserunt,cujus divisores sunt item duodecim,1.2.3.4.5.6.10.12.15.20.30.60.Itaque ad inveniendum quot numeris numerus sit diuiduus,theorema tale inventum est. Divisores omnes dati cuiuscunq; numeri sunt ab unitate per se primi,dividentes quoties possunt,& datum & dati quotum,& quoti deinceps quotum quemlibet, de inde compositi á primorum ultimo per ultimum, & á sequenti per utrunque & ab utroque factum, denique á reliquis similiter per superiores omnes: ut, Esto 482,cujus oporteat omnes divisores invenire. Primo 1 nihil mutat,secundo 2 numerus primus dividet, & quotus erit 231, qui divisus per 3 deinceps primũ divisorem dabit 77, qui etiã per 7. primum divisorem divisus habebit in quoto 11. Hic habes 1.2.3. 7. 11 divisores dati primos,é quibus inter se multiplicatis efficitur.jam ad compositos divisores accedo,& multiplico penultimum 7, per ultimum 11,facio 77.Hic primus ordo sic est.

7. 11. 77.

Secundo multiplico hos tres numeros per 3,& facio hunc secundum ordinem.

3. 21. 33. 231.

Tertio multiplico primum & secundum ordinem per 2, facioque hunc tertium & quartum ordinem.

2. 14.

2. 14. 22. 154.
6. 42. 66. 462.

Diuisores itaque dati numeri 462 sunt addita unitate numero sedecim, 1.2.3.6.7.11.14.21.22.33.42.66.77.154.231. 462. Hac via numeri civium 5040 á Platone quinto legum quæsiti ad multiplices publicorum munerum functiones dividendum divisores omnes reperientur undesexaginta, præter eum ipsum, ut Plato etiam illic admonet. Materies autem exercendi ingenii non mediocris hic erit. Exemplum primum divisores primos tantum semel accepit, hoc accipiet, quoties poterunt, primi sic erunt.

1	5	0	4	0
2	2	5	2	0
2	1	2	6	0
2	6	3	0	
2	3	1	5	
3	1	0	5	
3	3	5		
5			7	

Hic 2 assumitur quater, sæpiusque assumeretur si posset assumi, 3 bis assumitur, 7 semel. Atque hi primi sunt divisores, qui inter se multiplicati restituũt datum: compositi sequuntur, qui & primos una recolligent hoc modo.

		5	7	35
	3	15	21	105
	9	45	63	315
2.				
		10	14	70
	6	30	42	210
	18	90	126	630
2.				
	4	20	28	140
	12	60	84	420
	36	180	252	1260
2.				
	8	40	56	280
	24	120	168	840
	72	360	504	2520
2.				
	16	80	112	560
	48	240	236	1680
	144	720	1008	5040

Hic habes undequinquaginta divisores præter unitatem: omnes igitur divisores in numero Platonico sunt 60 hoc modo. 1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.12.14.15.16. 18.20.21.24.28.30.35.36.40.42.45.48.56.60. 63. 70. 72. 80. 84. 90. 105. 112. 120.126.140.144.168. 180. 210. 240. 252. 280. 315. 336. 360. 420. 504. 560. 630. 720. 840. 1008. 1260. 1680. 2520. 5040.

CAP. VIII. DE NVMERIS PRIMIS INTER SE.

PRimus & compositus numerus ita est, unde differētia oritur primorum inter se, & compositorum inter se: cujus singularis est utilitas, ut apparebit postea in reductionibus & variis inventionibus. Primi inter se sunt numeri communiter individui á multitudinis numero, ut 2 & 3: ut 5 & 6: ut 8 & 9. Primorum inter se arithmetica paulo plenior est, datorum cognitio est per subductionem & divisionem. Si duo inæquales numeri perpetua subductione minoris à majore quoties poterit nullum multitudinis numerum antecedētis divisorem reliquerint, primi erūt inter se: sic 5 & 3 sunt primi inter se, quia subductis 3 á 5 manent 2, qui non dividit 3 antecedentem numerum, deinde subductis 2 à 3 manet 1, quæ dividit quidem 2 antecedentem, sed non est numerus multitudinis: sic 27 & 8 sunt primi inter se, quia si subducas 8 ter: subductio enim etiam multiplex assumenda est, 3 reliquus non dividet 8 antecedētem: tum 3 bis subductis ab 8, reliquus 2 non dividit 3 antecedentem: denique subductis 2 á 3, reliqua erit unitas sola. Sic 29 & 21 assidua subductio explorabit primos inter se: sic 96 & 67, & assiduæ subductionis exempla sic erunt.

27	29	96
8	21	67
3	8	29
2	5	18
1	3	11
	2	7
	1	3
		1

Si primus non diviserit datū, erit ad eum primus, ut in 5 & 8, 5 primus nō dividit 8, & primus est ad eū. atq; ita subductione & divisione primi inter se numeri cognoscuntur: fiūt etiā additione & multiplicatione. Si duo numeri sint primi inter se, totus ex iis est primus ad utrunque, & contra: ut 17 ex 8 & 9 est primus ad 8 & 9, & contra cum 17 sit primus ad 8 & 9, ipsi sunt primi inter se. Hoc additionis est. Si duo numeri sint primi ad tertium, factus ab utroque erit primus ad eundem, ut 4 & 6 sunt primi ad 7, & 24 ab iis factus primus est ad 7. Hinc duo sequuntur. Primum, Si duo numeri primi sint inter se, factus ab altero per se primus erit ad reliquū: ut in 4 & 3: 16 factus á 4 per se multiplicato est primus ad 3. Secundum, Si bini numeri primi sint inter se facti, ab iis erunt primi inter se: ut in 8 9 primis sigillatim ad 7 & 5, nempe 8 ad 7 & 5. Item 9 ad 7 & 5: facti 72 & 35 ab 8 & 9, item á 7 & 5 sunt primi inter se. Ex his duobus tertium sequitur. Si duo numeri primeri primi sunt inter se facti & à datis per se & à datis deinceps per factos, perpe tuo primi erunt inter se,ut hic.

2	4	8	16	32
3	9	27	81	243

Ex hac inventione postea deducetur eximia progreſsio continuè proportiona lium minimorum.

CAP. IX. DE NVMERIS COMPOSITIS INTER *ſe,eorumque communi diuiſore maximo.*

COmpoſiti inter ſe ſunt numeri cōmuniter dividui à numero multitudinis, ut 4 & 6 ſunt compoſiti inter ſe, quia communiter dividui à 2 numero multitudinis:ſic 5 & 10,quia ſunt cōmuniter dividui à 5 numero multitudinis: ſic 7 & 7 ſunt compoſiti inter ſe,quia ſunt communiter dividui à 7 numero multitudinis. Poteſt igitur compoſitorum inter ſe uterque eſſe compoſitus, poteſt alter tantum, poteſt etiam neuter. In arithmetica compoſitorum inter ſe numerorū duo ſpectātur, diviſor communis maximus, & dividuus communis minimus. Diviſor communis maximus eſt primus in aſsidua ſubductione dividens antecedentem,ut in 4 & 10: reliquus per aſsiduam ſubductionem 2 erit cōmunis diviſor maximus,quia primus relinquitur antecedentē dividens. Hinc conſectarium deducitur. Numerus dividens numerū eſt maximus amborum cōmunis diviſor,ut in 3 & 3 maximus cōmunis diviſor eſt 3.Nam 3 ſeipſum dividit,& dividit reliquū 3: Sic in 3 & 6 maximus communis diviſor eſt 3:quia ſeipſum primo, deinde 6 dividit, nec major numerus ternario poteſt dividere 3, proptereaque & maximus eſt diviſor in 3 & 6.Idem erit in majore exemplo.

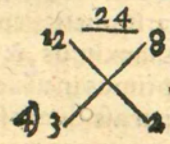
5	6	7
3	4	8
2	1	9
1	2	9
	9	0
	3	9
	1	2
		3

Eadem via quotlibet compoſitorū maximus cōmunis diviſor invenietur.Nam duorū præcedentiū inventus diviſor pro ipſis erat dividuus: inventi itaque diviſoris & proximi cōmunis diviſor,ut antea requiretur:ſic in 4.6.8.diviſor communis maximus erit 2:quia cōmunis in 4 & 6 eſt 2,primus nempe reliquus antecedentem dividens: tum in 2 & 8 eſt idem 2 : quia dividit 8 majorem : ſic in 9. 15.21.diviſor communis maximus erit 3 : ſic in 12.20.28.erit 4: ſic in 18. 24. 30. erit 6.Diviſor autem maximus oſtendit in quoto diviſorem minimum: ſic in 12 diviſor maximus 6 dabit in quoto 2,& compoſitos inter ſe dividens dabit in quotis primos inter ſe, ut in 12 & 8 maximus diviſor utriuſque communis dabit in quotis 3 & 2 primos inter ſe.

CAP.

CAP. X. DE MINIMO COMmuni dividuo.

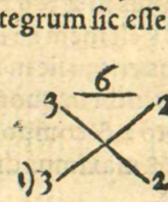
DAti duo numeri per alios multiplicati varios numeros facere possũt, ideoque & factos cõmuniter dividere: sed ex omnibus cõmuniter dividuis minimus modo quæritur, quod fundamentum postea futurum sit permagnæ utilitatis in contractionibus & proportionibus. Diuiduus á duobus minimus est factus ab altero per alterius diuisorem communi divisori maximo cognominem: ut dividuus á 12 & 8 minimus est 24: Nam maximus communis divisor in 12 & 8 est 4, á quo connominati divisores in 12 & 8, id est una quarta utriusque sunt 3 & 2. At factus á 12 per 2: vel ab 8 per 3 sunt 24, communis dividuus á 12 & 8: ab iis enim factus est, á minimis, quia factus ab altero per alterius divisorem maximo communi divisori cognominem. Exemplum ita est.



Sat vero fuerit unum divisorem cognominẽ invenisse: ut hic vel 3 tantum, vel 2 tantum, ut alterna multiplicatione quæsitum numerum reperias. Possunt vero dati efficere innumerabiles communiter ab utroque diuiduos, ut 8 multiplicatus per 2.3.4.5.6.7.8.9. facit 16.24.32.40.48.56.64.72: & 12 per 2.3.4.5.6. facit 24.36.48.60.72. é quibus sunt communes 24.48.72. ut hic vides.

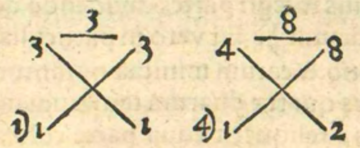
72	72
60	64
	56
48	48
36	40
	32
24	24
	16
12	2

Sed ex iis omnibus nullus erit minor quam 24. Duo consectaria sunt ex illa generali inventione communis minimi dividui. Primum, factus á duobus inter se primis est minimus ab utroque diuiduus, ut 6 factus á 3 & 2 est minimus diuiduus ab utroque: exemplum integrum sic esset.



Secundum

Secundum consectarium est. Dividuus ab aliquo est minimus ab utroque dividuus: ut 3 est dividuus á 3, & communis est ab utroque dividuus minimus. Item 8 est dividuus á 4, & communis est dividuus ab utroque. Exemplum utrunque integrum sic esset.



Ergo hoc duplex compendium est é prima propositione inveniendi minimi dividui. Eadem via minimus á tribus aut quatuor, aut quotlibet dividuus invenietur. Quia repertus jam minimus dividuus conferendus est cum proximo. Nam factus ab altero per alterius divisorem, maximo communi divisori cognominē, est minimus ab ijs dividuus: sic minimus ab 8.6.4. dividuus est 24. Nam 24 est minimus dividuus ab 8 & 6: rursum idem minimus diuisus est á 24 & á 4: ut é secundo consectario patet. Sic á 3.4.8. minimus dividuus 24: quia minimus á 3 & 4 est 12, tum minimus dividuus á 12 & 8 est 24. Sic minimus dividuus ab 1.2.3.4.5.6 est 60. Hinc sequitur minimus dividuus á nominibus datarum partium, est minimus qui habeat datas partes: ut minimus dividuus qui habeat unam secundam, unam tertiam, unam quartam est 12, nempe minimus dividuus á 2. 3. 4, quique minimus bifariam, trifariam, quadrifariam dividi poſsit.

CAP. XI. DE NOTATIONE *partium & particularum.*

Numeratio dicta est: sed numeri, cuius partes notationem quandam suam & reductionē requirunt, antequam numerentur. Duæ veró notæ tantúm sunt in alphabeto, notationis huius, linea interjecta separatæ, superior numerus vel numerator: inferior, nomē seu nominator appellatur. Sic divisis 8 per 3 quotus est 2, & manent duæ tertiæ, quæ ita notantur $\frac{2}{3}$: & 2 est numerus partium, 3 est nomen: qua notatione utendum est, quoties minor numerus per majorem dividendus proponitur: peracta enim divisio est interjecta linea. Si dividam 5 asses 12 fabris: divisio sic erit: $\frac{5}{12}$, unde intelligitur singulorum partem quotam esse 5 uncias. Itaque si peracta numeri diuisione aliquid é diuidendo relinquatur, reliquus numerus interjecta linea superpositus divisori, indicat partes unitatis, quales nempe in dividēdo fuerint, tumque etiam reliqua diuisio facta est: ut si diviserim 5 asses 2 bajulis, diuisio sic erit $\frac{5}{2}$ (2 $\frac{1}{2}$, unde intelligitur singulis 2 asses & dimidium aſsis unius cedere. Item si 11 asses diviserim tribus, divisio hæc $\frac{11}{3}$ (3 $\frac{2}{3}$ indicabit singulorum quotam partē esse 3 asses, & duas tertias unius aſsis, id est 8 denarios, & similiter in cæteris: ubi in quoto, numerus integer indicabit partes numeri dividendi: partes autem indicabunt partes, non multitudinis,sed unitatis:hinc patet divisione legitimé peracta reliquũ numerum semper esse minorem divisore seu nomine: nam si numerus esset æqualis nomini,ut $\frac{2}{2}\,\frac{3}{3}\,\frac{4}{4}$, esset unum integrum:si major,ut $\frac{3}{2}\,\frac{4}{3}\,\frac{5}{4}$, esset plus uno integro, divisorquê & hinc & illinc subduci potuisset. Quantum veró partium numerus deficit á nomine,tot unius integri partes dividendo desunt,ut semel ab eo divisor subducatur,ut in $\frac{4}{9}$ desunt $\frac{5}{9}$. Est veró in particulis & partibus partium sua quædam distincta notatio,& earum minimæ notantur,ut partes. Reliquæ nulla interjecta linea.Ergo tres quartæ duarum tertiarum unius secũdæ ita notabuntur $\frac{3}{4}\,\frac{2}{3}\,\frac{1}{2}$:ut si pater filios 2 reliquerit æqua parte cohæredes, túm filius alter filios 3 æqua item parte patrimonij,sed primus coemerit alterius fratris partem, decesseritqué quatuor filijs superstitibus,æqualiter item partitis,eorumqué primus coemerit partes secundi & tertij, hic nepos haberet ex avita hæreditate $\frac{3}{4}\,\frac{2}{3}\,\frac{1}{2}$.

CAP. XII. DE REDVCTIONE *terminorum.*

NOtatio ejusmodi est, sequitur reductio terminorum vel integrorum partiumque.Reductio terminorum fit ad minimos proportionales terminos, & est divisio terminorum inter se compositorum per maximum communem divisorem:sic $\frac{8}{12}$ per 4 communem maximum divisorem redeunt ad $\frac{2}{3}$, sic $\frac{5}{15}$ per 5 maximum communem divisorem redeunt ad $\frac{1}{3}$. Hæc reductio est imprimis necessaria,si termini partium sint compositi inter se: ut antequam numerentur partes, termini reducantur ad primos inter se: primi enim sunt minimi,& minimi sunt primi.Et quanto facilius est parvos quám magnos numeros numerare,tanto majorem commoditatem numeranti reductio hæc afferet. Itaque tãquam solœcismus in arithmetica fuerit proponere partes in terminis inter se compositis,aut non protinus reducere,ut $\frac{6}{12}$, $\frac{14}{21}$ pro $\frac{1}{2}\,\frac{2}{3}$.Eadem reductio etiam per numerationis species est specialis in terminis binarum partium.In additione & subductione minimus á nominibus dividuus est assumendus pro communi nomine & numeri multiplicandi,alterne per partes cognomines,ut hic

$$\begin{array}{cc} 6 & \\ \frac{2}{3} & \frac{4}{9} \\ 1 & 3 \\ 9 & \end{array}$$

ubi pro $\frac{2}{3}$ & $\frac{4}{9}$ habes $\frac{6}{9}$ & $\frac{4}{9}$.

In multiplicatione numerus & nomen alternis reducuntur:ut in $\frac{2}{3}\,\frac{5}{6}$ reduces 2 & 6 ad 1 & 3, & multiplicabis $\frac{1}{3}\,\frac{5}{3}$ & facies $\frac{5}{9}$: quia idem est multiplicare $\frac{2}{3}$ per $\frac{5}{6}$,& $\frac{2}{6}$ per $\frac{5}{3}$. Itaq; tanquam $\frac{2}{6}$ rediges ad $\frac{1}{3}$,& pro $\frac{10}{18}$ facies $\frac{5}{9}$.Hic si numerus nomini alterno sit æqualis,reliquus numerus reliquo nomini superpositus multiplicationem absolvit,ut in $\frac{2}{3}$,$\frac{3}{4}$ omissis 3 & 3,habes $\frac{2}{4}$,id est $\frac{1}{2}$.Quin si longa hic series fuerit, æqualibus omnibus omissis, reliquus numerus cum reliquo no-

mine

mine multiplicationem absolvet, ut hic $\frac{8}{9},\frac{7}{8},\frac{6}{7},\frac{5}{6},\frac{4}{5},\frac{3}{4},\frac{2}{3},\frac{1}{2}$ est $\frac{1}{9}$. In divisione numeri inter se, vel nomina inter se, vel utraque separatim reducuntur: ut si $\frac{4}{5}$ dividantur per $\frac{2}{3}$, pro 2 & 4, sumes 1 & 2, & quota pars erit $\frac{6}{5}$ vel $1\frac{1}{5}$. Item si dividas $\frac{5}{6}$ per $\frac{4}{9}$, sumes 2 & 3 pro 9 & 6, & facies $\frac{15}{8}$, vel $1\frac{7}{8}$: item si dividas $\frac{8}{27}$ per $\frac{4}{9}$, sumes 1 & 2 pro 4 & 8: & pro 9 & 27, 1 & 3, & quota pars erit $\frac{2}{3}$. Quapropter reductio terminorum ejusmodi est.

CAP. XIII. DE REDUCTIONE INTEgrorum *& partium.*

REductio integrorum & partium deinceps est. Reductio integrorum est multiplicatio integrorum per nomen partium: sic reducere 12 asses ad uncias est multiplicare 12 per 12, quia uncia est $\frac{1}{12}$ assis, & fiunt 144 unciæ, vel $\frac{144}{12}$. Reductio partiū est ad integra, vel ad partes. Reductio partium ad integra, est partium divisio per suum nomen: ut reducere $\frac{144}{12}$ ad integra est dividere 144 per 12, & quotus 12 ostendit integros asses 12. Reductio partium ad partes, est ad binas partes proportionales ejusdē nominis, vel ad unas æquales. Reductio partiū ad binas partes ꝓportionales ejusdem nominis est multiplicatio terminorū per alternū nomē: sic $\frac{2}{3}\,\frac{3}{4}$ redeunt ad $\frac{8}{12}\,\frac{9}{12}$: multiplicādo tū 2 & 3 terminos $\frac{2}{3}$ per 4, tum 3 & 4 terminos $\frac{3}{4}$ per 3, proportionales autem sunt $\frac{8}{12}$ datis $\frac{2}{3}$. Nam si numerus multiplicet numeros, facti sunt proportionales multiplicatis, & sic 8 ad 2 & 12 ad 3 sunt proportionales, quia æquo majores: facti nempe per eundem. Minora enim sunt similia & proportionalia æquemajoribus, per logicum similitudinis axioma: sic $\frac{9}{12}$, item proportionales datis $\frac{3}{4}$. Aequalia veró nomina fiunt, quia 3 & 4 inter se multiplicantur, ideoqué idem faciunt. Nomina reductione eadem facta ad divisionem nihil attinent. Nam cúm reduxeris $\frac{2}{3},\frac{3}{4}$ ad $\frac{8}{12}\,\frac{9}{12}$, dicere $\frac{8}{12}$ toties in $\frac{9}{12}$ contineri, nihilo plus est, quâm dicere 8 toties á 9 contineri. Itaque nominum inter se multiplicatio in divisione omittitur: ac si series reducendarum partium longior fuerit, binæ reducendæ sunt, ut in $\frac{2}{3}\,\frac{3}{4}\,\frac{4}{5}$ prima reductione, atque hinc additione facta, habebis $\frac{17}{12}$: quæ cum $\frac{4}{5}$ reductæ sunt $\frac{85}{60}$, $\frac{48}{60}$. Eadem via reductionis, cognoscetur é binis partibus inęqualibus utræ sint majores, ut $\frac{5}{6}$ sunt maiores quám $\frac{3}{4}$, quia facta reductione, habebis $\frac{20}{24}$ pro $\frac{5}{6}$: at habebis tantum $\frac{18}{24}$ pro $\frac{3}{4}$. Superest reductio partium ad unas partes æquales, quæ particularum variarum reductio est, & fit multiplicatione numerorum inter se, & nominum inter se. Sic $\frac{3}{4}\,\frac{2}{3}$ redeunt ad $\frac{6}{12}$, id est $\frac{1}{2}$. Si series longior fuerit, binæ sunt expediendæ, ut in $\frac{3}{4}\,\frac{2}{3}\,\frac{1}{2}$, primó facies $\frac{6}{12}$, id est $\frac{1}{2}$. Deinde ex $\frac{1}{2}\,\frac{1}{2}$ facies $\frac{1}{4}$. Idem autem fuerit dicere $\frac{2}{3}\,\frac{3}{4}\,\frac{1}{2}$, vel $\frac{1}{2}\,\frac{2}{3}\,\frac{3}{4}$, vel $\frac{3}{4}\,\frac{2}{3}\,\frac{1}{2}$, quia ijdē numeri inter se multiplicati creant eosdem. Per hanc particularum reductionem cognoscis quid sint particulæ, cúm vides quales sint partes totius. Eodem compendio partes integrorum cognoscentur, ut $\frac{2}{7}$ triginta quinque aureorum sunt $\frac{70}{7}$, id est 10 aurei, tanquam quæreretur $\frac{2}{7}\,\frac{35}{1}$.

CAP. XIIII. DE NVMERATIO-ne partium.

ATqui partium notatio & reductio ejuſmodi eſt, unde expeditur numeratio primarum & cognominum, & quidem partium tantum, aut partium cum integris permiſtarum. Partium tantum facilis eſt, ſpectat enim tãtum numeros, excepta multiplicatione, quæ tum numeros, tum nomina vel diverſa multiplicat: ſic $\frac{2}{7}$ $\frac{3}{7}$ ſunt $\frac{5}{7}$: ſic ſubductis $\frac{2}{7}$ à $\frac{5}{7}$, reſtant $\frac{3}{7}$: ſic $\frac{2}{7}$ per $\frac{3}{7}$, faciunt $\frac{6}{49}$. Item $\frac{2}{5}$ per $\frac{3}{4}$ faciunt $\frac{6}{20}$, id eſt $\frac{3}{10}$. Sic per $\frac{2}{7}$ dividantur $\frac{10}{7}$, quotus erit 5, ſignificans dividentes partes in dividendis quinquies contineri: ſi nomina diverſa ſint, vulgus etiam putat, perinde diviſionem fieri, ut ſi per $\frac{2}{3}$ dividantur $\frac{3}{4}$, numeros alterius nominibus multiplicant, faciunt $\frac{9}{8}$, at hic non eſt diviſio, ſed reductio ad partes proportionales cognomines, tanquam è $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$, feciſſes $\frac{8}{12}$ $\frac{9}{12}$, & jam neglectis nominibus (quia numeri tantum hic ſpectantur) proponeres per 8 dividenda 9: tum enim per 8 divideres 9, & quotus eſſet 1 $\frac{1}{8}$. Atque hic factus eſt minor multiplicando, & quotus major dividendo, quod utrunque ex analogia eſt multiplicationis & diviſionis: Unitas enim major eſt multiplicante, multiplicandus igitur erit major facto: Sic inverſê alternando, unitas eſt major diviſore, ergo quotus eſt major dividendo: in diviſione tamen quotus (ut dixi) non ſignificat integra, ſed quoties diviſor contineatur in dividendo. Supereſt numeratio partium cum integris paulo operoſior: Additio nihil mutat, 2 & $\frac{2}{3}$ ſunt 2 $\frac{2}{3}$: 2 $\frac{2}{3}$ & 4 $\frac{2}{3}$ ſunt 7 $\frac{1}{3}$. Sic numeratio libellarum, aſsium, denariorũ, & ejuſmodi efficitur: ut ſi proponantur addendæ libellæ 38, aſſes 178, denarij 147 cũ libellis 23, aſsibus 289, denarijs 268. Primò colligam denarios 415, id eſt $\frac{415}{12}$. Itaque diviſo numero per nomen, habebo aſſes 34 & 7 denarios, notabo denarios 7, & ſerrabo aſſes 34 proximo loco: Deinde additis aſsib. 34 ad 178, & 289 totus erit 501 aſſes, id eſt $\frac{501}{20}$. Nam 20 aſſes faciunt unam libellam: diviſo itaque numero per nomen, habebo 25 libellas, & 1 aſſem: notabo 1 aſſem, & ſervabo 25 libellas, quibus additis ad 38 & 23, habebo libellas 86. Summa deniq; erit additionis hoc modo:

38 l	178 a	147 d
23	289	268
86	1	7

Subductio ex integris capit unum pro tot partibus, quantum eſt nomen: ut ſi à 2 ſubducerem $\frac{2}{3}$, ſumerem 1 à 2, pro $\frac{3}{3}$, & à $\frac{3}{3}$ ſubducerem $\frac{2}{3}$, tum è 2 manebit 1 $\frac{1}{3}$: ſi à $\frac{9}{7}$ tollam 2 $\frac{1}{3}$, reduco 2 ad tertias multiplicando per nomen 3, facio $\frac{6}{3}$, quibus additis cum $\frac{1}{3}$, habebo $\frac{7}{3}$, quibus ſubductis â $\frac{9}{3}$ manent $\frac{2}{3}$: vel reducam $\frac{9}{3}$ ad unitates diviſione numeri per nomen, habebo 3, unde tollam 2, manet 1, & ex 1 reducto ad tertias, id eſt, ê $\frac{3}{3}$ tollam $\frac{1}{3}$, manent $\frac{2}{3}$. Itaque â $\frac{9}{3}$ ſi tollam 2 $\frac{1}{3}$ manet $\frac{1}{3}$. Si à 2 $\frac{1}{3}$ tollam 1 $\frac{2}{3}$, manent $\frac{2}{3}$. Subductio permiſtorum ejuſmodi: integrorum cum partibus ſic fieri poteſt, ut antea eſt additio facta, ſed partes ſi excedant

dant unum, commodius autem reducentur ad suas unitates divisione: ut si sub ducendæ sint 38 libellæ, asses 178, denarij 147, è 86 libellis, 1 asse, 7 denarijs, re ducam primò 147 denarios ad 12 asses & 3 denarios. Deinde additis 12 assi bus ad 178, totus 190 reductus ad libellas, facit novem libellas & 10 asses: addi tis jam 9 libellis ad 38, totus est 47. Ita jam denique tollam 47 libellas, 10 as ses, 3 denarios, restabunt 38 l. 11 ass. 4 d. Subductionis summa sic erit.

38 11 4
~~86~~ l. 1 a. ~~7~~ d.
~~47~~ ~~10~~ ~~3~~

Multiplicatio integrorum per partes multiplicat subjiciendo uno pro nomi ne: sic $\frac{3}{1}$ per $\frac{2}{3}$ faciunt $\frac{6}{3}$, id est 2: Integer verò cum partibus per integrum solũ, vel cum partib. multiplicari potest, & separatim & coniunctim. Sic multiplico 7 $\frac{5}{13}$ per 4 $\frac{12}{13}$, prima multiplicatio 7 per 4 facit 28, secũda 7 per $\frac{12}{13}$ facit $\frac{84}{13}$, id est 6 $\frac{6}{13}$, tertia $\frac{5}{13}$ per 4 facit $\frac{20}{13}$, id est 1 $\frac{7}{13}$: quarta $\frac{5}{13}$ per $\frac{12}{13}$ facit $\frac{60}{169}$. Hæc omnia addita sunt 36 $\frac{60}{169}$: idem facio si reducã datos numeros ad $\frac{96}{13}$ & $\frac{64}{13}$ & multiplicando fa ciam $\frac{6144}{169}$, & divisione eruam 36 $\frac{60}{169}$. Divisio etiam potest aliquãdo separatim fieri: ut si per 2 $\frac{2}{3}$ dividantur 5 $\frac{1}{3}$. Primò subducam 2 à quinque bis, & manebit 1, id est $\frac{3}{3}$, quibus ad $\frac{1}{3}$ additis, habebo $\frac{4}{3}$, unde possum etiam bis subducere $\frac{2}{3}$. Itaque quotus totus erit 2: at id in divisione majoris numeri difficilius esset, cum non facile videam, utrum divisor toties in partibus contineatur, quoties in in tegris: ut si per 7 $\frac{5}{13}$ dividam 36 $\frac{60}{169}$: cùm videro 7 quinquies subduci posse ê 36, non video ex 1 reliquo & $\frac{60}{169}$ utrum toties subduci posit: at per reductio nem facilius est.

P. RAMI ARITHMETICAE
LIBER SECVNDVS.

CAP. I. DE RATIONVM NOTATIONE *& numeratione.*

ARithmetica simplex adhuc fuit, comparatiua sequitur: quæ in terpretatur comparationem numerorum in quantitate & quali tate. Comparatio æqualitatis est una & individua: ut 1 ad 1, 2 ad 2, 3 ad 3. Comparatio inæqualium numerorum est diffe rentia vel ratio. Differentia est comparatio quantum terminus differt à termino: ideoquè subductione cognoscitur: sic differentia 2 ad 3, & 3 ad 5, & 5 ad 8 est 1. 2. 3. quia cùm subduxeris 2 à 3, 3 à 5, 5 ab 8 relinquitur 1. 2. 3. Ratio est comparatio, quoties terminus in termino continetur: ideoquè divi sione cognoscitur, datâque ratione termini cognoscuntur contraria multiplica